

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

13. srpnja 2018.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Odredite funkciju  $f$  kojoj je funkcija  $F(x) = \arctan \frac{1}{x^2+1}$  primitivna funkcija. (2 boda)

(iii) Izračunajte integral  $\int (x - 2) \cdot 3^x dx$ . (2 boda)

(iv) Odredite  $\int \frac{dx}{x \ln^4 x}$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Crtežom predočite i zapišite značenje određenog integrala za pozitivnu funkciju, za negativnu funkciju i općenito. (3 boda)

(ii) Geometrijski interpretirajte značenje i bez računanja procijenite vrijednost sljedećeg integrala:  $\int_{-1}^3 ((x-1)^3 + 1) dx$ . Precizna slika! (5 bodova)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (2 boda)

3. (i) Što su to kritične (stacionarne) točke funkcije  $f$  dviju varijabla?  
(2 boda)

(ii) Odredite kritične točke funkcije  $f(x, y) = \ln \sqrt{y^2 - x^2 + 1}$ .  
(3 boda)

(iii) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabla  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(iv) Primijenite formulu iz (iii) na približno računanje  $f(-3.01, -2.97)$  za funkciju  $f$  iz (ii). (3 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $y = x^3 + 1$  i  $y = -3x^2 + 1$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xy = 3 \ln y' \quad (b) 2 + y \tan x = y' \sin x$$

$$(c) y^2 - y' = \arcsin x \quad (d) y = y' \sqrt{x} + x^3.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

13. srpnja 2018.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i)  $\int \frac{16 \sin(4x)}{\cos^2(4x) - 2 \cos(4x) - 3} dx$ , (5 bodova)

(ii)  $\int \frac{\sqrt[5]{x} + \ln x}{x} \ln x dx$ , (4 boda)

(iii)  $\int_1^e x^3 \ln x dx$ . (3 boda)



2. (i) Skicirajte domenu funkcije

$$f(x, y) = \frac{\ln(2y^2 - 4x + 8)}{\sqrt{4x + 1 - x^2 - y^2}} + \ln(-2x + 4 - y^2).$$

(5 bodova)

- (ii) Koristeći integralni račun, izračunajte površinu lika omeđenog grafom funkcije  $f(x) = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$  i pravcima  $y + x - 2 = 0$  i  $y - x + 2 = 0$ . (5 bodova)

3. Zadan je dvostruki integral

$$\int_{-3}^0 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{-x-3} f(x, y) dy dx.$$

(i) Skicirajte područje integracije. (1 bod)

(ii) Interpretirajte zadani integral za  $f(x, y) = 1$ . (1 bod)

(iii) Zamijenite poredak integracije. (2 boda)

(iv) Zapišite zadani integral u polarnim koordinatama pri čemu je  $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + 2y^2}$  (integral ne trebate računati). (4 boda)

4. (i) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = e^{xy+\pi x}.$$

(5 bodova)

(ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' + y' - 2y = 8e^{2x}.$$

(5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$(x^2 + 1)y' + 2xy = \sin^2 x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) uz početni uvjet  $y(0) = 5$ . (3 boda)